Вариант 1801

Ключи к оцениванию заданий с кратким ответом

Модуль «Алгебра»														
№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ответ	**-0,75**	**4**	**2**	**4**	**4**	**-0,5**	**390**	**3**	**0,25**	**321**	**4**	**152**	**5**	**2**

Модуль «Геометрия»						
№ задания	15	16	17	18	19	20
ответ	**2**	**44**	**24**	**3**	**4**	**3**

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

21 Решите уравнение $(x-3)(x^2-34x+33)=(x-2)(x^2-34x+33)$.

Решение.
Перегруппируем слагаемые и вынесем общий множитель за скобку $(x^2-34x+33)(x-3-x+2)=0$,
откуда $x^2-34x+33=0$ или $x-3-x+2=0$.
1). Корни первого уравнения: 1 и 33.
2). Упростив второе уравнение, получаем $0x=1$. Корней нет.
Ответ: 1; 33.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

22 Первые 100 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 160 км — со скоростью 80 км/ч, а последние 360 км — со скоростью 90 км/ч. Сколько процентов составляет средняя скорость автомобиля на протяжении всего пути от скорости на первых 100 км?

Решение.
1). 100:50=2(ч) – время на первом участке;
2). 160:80=2(ч) – время на втором участке;
3). 360:90=4(ч) – время на третьем участке;
4). (100+160+360):(2+2+4)=77,5(км/ч) – средняя скорость на протяжении всего пути;
5). $\frac{77{,}5}{50}\cdot 100\%=155\%$.

Ответ: 155%.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

23

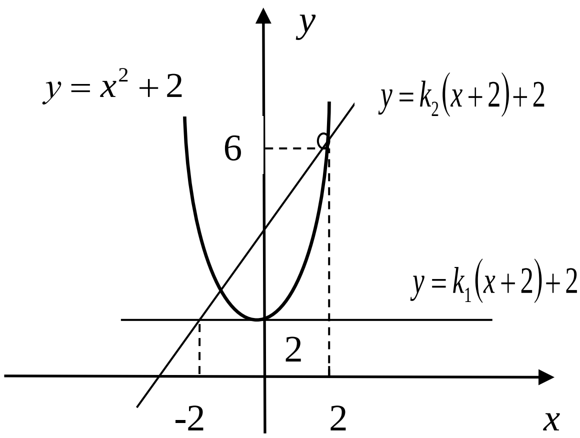
Постройте график функции $y = \dfrac{x^3 - 2x^2 + 2x - 4}{x-2}$. Определите, при каких неотрицательных значениях k прямая $y = k(x+2)+2$ имеет с графиком только одну общую точку.

Решение.

Упростим уравнение функции $y = \dfrac{x^3 - 2x^2 + 2x - 4}{x-2}$ при $x \neq 2$.

$y = \dfrac{x^2(x-2)+2(x-2)}{x-2}$; $y = \dfrac{(x-2)(x^2+2)}{x-2}$; $y = x^2+2$.

Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх, координаты вершины (0;2), координаты выколотой точки (2;6).



Определим неотрицательные значения углового коэффициента k, при котором прямая $y = k(x+2)+2$ имеет с графиком только одну общую точку.

1). Горизонтальная прямая, $k_1 = 0$.

2). Прямая $y = k_2(x+2)+2$ проходит через точку с координатами (2;6). Значит,

$6 = k_2(2+2)+2$;

$4k_2 = 4$;

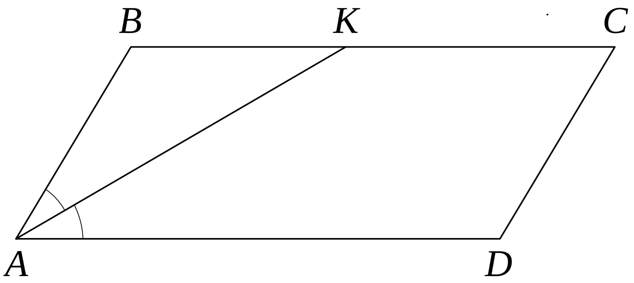
$k_2 = 1$.

Ответ: 0; 1.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра не найдены, найдены неверно или найдены не все
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

24 Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK=7$, $CK=12$.

Решение.



Углы BKA и KAD равны как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK, AK — биссектриса угла BAD, следовательно, $\angle BKA=\angle KAD=\angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB=BK=7$.
По формуле периметра параллелограмма находим:

$$P_{ABCD}=2\left(AB+BC\right)=52.$$

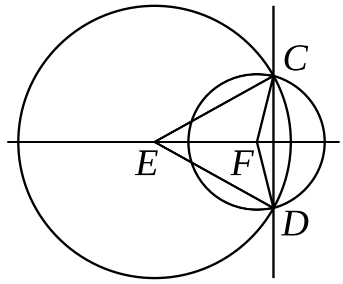
Ответ: 52.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Замечание. Если при объяснении равенства *AB*=*BK*, учащийся ссылается на свойство биссектрисы параллелограмма, баллы не снижаем.

25 Окружности с центрами в точках E и F пересекаются в точках C и D, причём точки E и F лежат по одну сторону от прямой CD. Докажите, что прямые CD и EF перпендикулярны.

Доказательство.

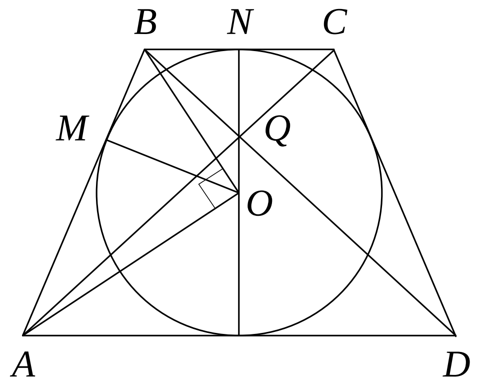


Точка E равноудалена от точек C и D, поэтому эта точка лежит на серединном перпендикуляре к отрезку CD. Аналогично, точка F лежит на серединном перпендикуляре к отрезку CD. Значит, прямая, содержащая точки E и F, является серединным перпендикуляром к отрезку CD. Следовательно, прямые EF и CD перпендикулярны.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

26 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 200, а площадь равна 1500, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Решение.



Пусть BC — меньшее основание, AB — боковая сторона, AD — большее основание трапеции $ABCD$, M — точка касания окружности со стороной AB, N —
со стороной BC, Q — точка пересечения диагоналей, O — центр окружности, r — её радиус (см. рис.).

Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований, то есть 100, поэтому

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 100r.$$

Значит, $r = 15$.

Прямые AD и BC параллельны. Значит, $\angle ABC + \angle BAD = 180°$. Поскольку лучи AO и BO — биссектрисы углов BAD и ABC соответственно, получаем: $\angle ABO + \angle BAO = 90°$. Значит, треугольник AOB прямоугольный, а OM — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2;\ AM(AB - AM) = r^2;\ AM(50 - AM) = 225.$$

Учитывая, что $AM > BM$, из этого уравнения находим, что $AM = 45$. Тогда $AD = 90$, $BC = 10$. Треугольник AQD подобен треугольнику CQB с коэффициентом подобия 9, значит, высота QN треугольника BQC составляет $\frac{1}{10}$ высоты трапеции, то есть диаметра вписанной в неё окружности.

Следовательно, $QN = \frac{1}{10} \cdot 30 = 3$.

Ответ: 3.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Вариант 1802

Ключи к оцениванию заданий с кратким ответом

Модуль «Алгебра»														
№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ответ	**-0,5**	**4**	**2**	**1**	**4**	**-0,5**	**480**	**3**	**0,7**	**123**	**3**	**255**	**-13**	**1**

Модуль «Геометрия»						
№ задания	15	16	17	18	19	20
ответ	**3**	**35**	**28**	**16**	**6**	**2**

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

21 Решите уравнение $(x+2)(x^2-36x+35)=(x+3)(x^2-36x+35)$.

Решение.
Перегруппируем слагаемые и вынесем общий множитель за скобку $(x^2-36x+35)(x+2-x-3)=0$,
откуда $x^2-36x+35=0$ или $x+2-x-3=0$.
1). Корни первого уравнения: 1 и 35.
2). Упростив второе уравнение, получаем $0x=1$. Корней нет.
Ответ: 1; 35.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

22 Первые 100 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 120 км — со скоростью 60 км/ч, а последние 300 км — со скоростью 75 км/ч. Сколько процентов составляет средняя скорость автомобиля на протяжении всего пути от скорости на первых 100 км?

Решение.
1). 100:50=2(ч) – время на первом участке;
2). 120:60=2(ч) – время на втором участке;
3). 300:75=4(ч) – время на третьем участке;
4). (100+120+300):(2+2+4)=65(км/ч) – средняя скорость на протяжении всего пути;
5). $\frac{65}{50}\cdot 100\% = 130\%$.
Ответ: 130%.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

23

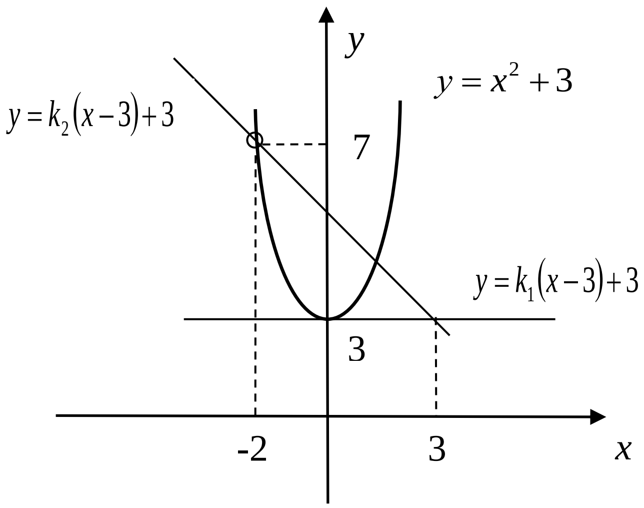
Постройте график функции $y=\dfrac{x^3+2x^2+3x+6}{x+2}$. Определите, при каких неположительных значениях k прямая $y=k(x-3)+3$ имеет с графиком только одну общую точку.

Решение.

Упростим уравнение функции $y=\dfrac{x^3+2x^2+3x+6}{x+2}$ при $x\neq-2$.

$y=\dfrac{x^2(x+2)+3(x+2)}{x+2}$; $y=\dfrac{(x+2)(x^2+3)}{x+2}$; $y=x^2+3$.

Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх, координаты вершины (0;3), координаты выколотой точки (-2;7).



Определим неположительные значения углового коэффициента *k*, при котором прямая $y=k(x-3)+3$ имеет с графиком только одну общую точку.

1). Горизонтальная прямая, $k_1=0$.

2). Прямая $y=k_2(x-3)+3$ проходит через точку с координатами (-2;7). Значит,

$$7=k_2(-2-3)+3;$$

$$5k_2=-4;$$

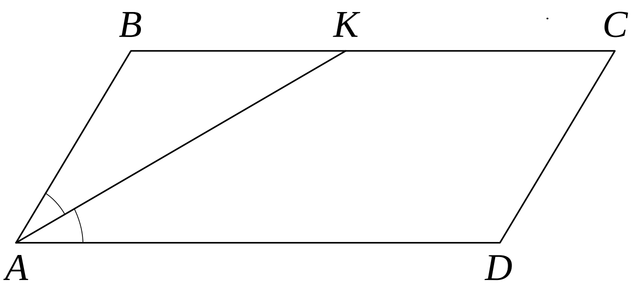
$$k_2=-\frac{4}{5}.$$

Ответ: 0; $-\dfrac{4}{5}$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра не найдены, найдены неверно или не найдены не все
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

24 Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 5$, $CK = 14$.

Решение.



Углы BKA и KAD равны как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK, AK — биссектриса угла BAD, следовательно, $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 5$.
По формуле периметра параллелограмма находим:

$$P_{ABCD} = 2\left(AB + BC \right) = 48.$$

Ответ: 48.

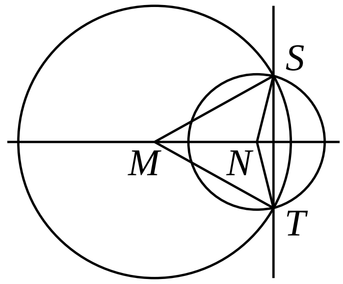
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Замечание. Если при объяснении равенства *AB*=*BK*, учащийся ссылается на свойство биссектрисы параллелограмма, баллы не снижаем.

25 Окружности с центрами в точках M и N пересекаются в точках S и T, причём точки M и N лежат по одну сторону от прямой ST. Докажите, что прямые MN и ST перпендикулярны.

Доказательство.

Точка M равноудалена от точек S и T, поэтому эта точка лежит на серединном перпендикуляре к отрезку ST. Аналогично, точка N лежит на серединном перпендикуляре к отрезку ST. Значит, прямая, содержащая точки M и N, является серединным перпендикуляром к отрезку ST. Следовательно, прямые MN и ST перпендикулярны.

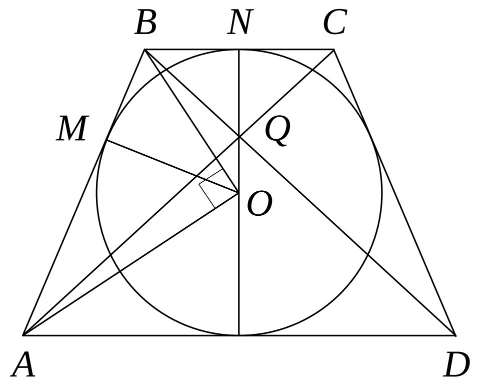


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

26 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Решение.

Пусть BC — меньшее основание, AB — боковая сторона, AD — большее основание трапеции $ABCD$, M — точка касания окружности со стороной AB, N —
со стороной BC, Q — точка пересечения диагоналей, O — центр окружности, r — её радиус (см. рис.).



Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований, то есть 60, поэтому

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 60r.$$

Значит, $r = 9$.

Прямые AD и BC параллельны. Значит, $\angle ABC + \angle BAD = 180°$. Поскольку лучи AO и BO — биссектрисы углов BAD и ABC соответственно, получаем: $\angle ABO + \angle BAO = 90°$. Значит, треугольник AOB прямоугольный, а OM — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2;\ AM\left(AB - AM\right) = r^2;\ AM\left(30 - AM\right) = 81.$$

Учитывая, что $AM > BM$, из этого уравнения находим, что $AM = 27$. Тогда $AD = 54$, $BC = 6$. Треугольник AQD подобен треугольнику CQB с коэффициентом подобия 9, значит, высота QN треугольника BQC составляет $\frac{1}{10}$ высоты трапеции, то есть диаметра вписанной в неё окружности.

Следовательно, $QN = \frac{1}{10} \cdot 18 = 1{,}8$.

Ответ: 1,8.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*